



DISTRIBUSI PROBABILITAS KONTINYU TEORITIS 2

TI2131 TEORI PROBABILITAS
MINGGU KE-12



Distribusi Gamma dan Distribusi Eksponensial

Selain distribusi normal, salah satu distribusi yang banyak digunakan dalam statistika, khususnya proses stokastik, adalah distribusi eksponensial. Distribusi eksponensial adalah salah satu kasus khusus dari distribusi gamma.

Definisi 1:

Fungsi gamma didefinisikan oleh:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

untuk $\alpha > 0$

Fungsi gamma ini adalah fungsi rekursif di mana $\Gamma(n) = (n-1)!$



Distribusi Gamma

Variabel random kontinu X memiliki sebuah distribusi gamma, dengan parameter α dan β , jika fungsi densitasnya diberikan oleh:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, & \text{untuk } x > 0 \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases}$$

di mana $\alpha > 0$, $\beta > 0$.

Pada saat $\alpha = 1$, distribusi gamma mengambil suatu bentuk khusus yang dikenal sebagai distribusi eksponensial.



Distribusi Eksponensial

Variabel random kontinu X memiliki sebuah distribusi eksponensial, dengan parameter β , jika fungsi densitas (*pdf*)-nya diberikan oleh:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}, & \text{untuk } x > 0 \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases}$$

di mana $\beta > 0$.

Rataan dan Variansi Distribusi Gamma dan Eksponensial

Teorema :

Mean dan variansi distribusi gamma adalah:

$$\mu = \alpha\beta \text{ dan } \sigma^2 = \alpha\beta^2$$

Korolari :

Mean dan variansi distribusi eksponensial adalah:

$$\mu = \beta \text{ dan } \sigma^2 = \beta^2$$

Hubungan distribusi Poisson, Eksponensial, dan Gamma

Pada suatu kejadian yang mengikuti proses Poisson, waktu antar kejadian (atau waktu kejadian *pertama* atau *ke-1* dari kejadian terakhir, karena sifatnya yang *memoryless*) tersebut akan berdistribusi eksponensial. Sedangkan waktu sampai terjadinya kejadian ke- α akan berdistribusi gamma.



Contoh Hubungan Dist. Poisson, Eksponensial, dan Gamma

1. Sebuah panel elektronik terdiri atas 5 buah switch identik yang bekerja secara paralel. Waktu yang dibutuhkan sampai sebuah switch harus diganti berdistribusi eksponensial dengan rata-rata 5 tahun. Berapa probabilitas setelah 10 tahun, masih terdapat dua switch original pada panel elektronik tersebut?
2. Jumlah panggilan telepon yang diterima oleh sekretaris lab. POSI per jam mengikuti distribusi Poisson dengan parameter $\lambda = 6$. Berapa probabilitas dibutuhkan waktu selama 1 menit sampai terdapat 2 panggilan telepon?