



DISTRIBUSI PROBABILITAS KONTINYU TEORITIS 1

TI2131 TEORI PROBABILITAS
MINGGU KE-11



Distribusi Seragam Kontinu

Fungsi densitas dari variabel random seragam kontinu pada interval $[A, B]$ adalah:

$$f(x; A, B) = \begin{cases} \frac{1}{B - A}, & A \leq x \leq B \\ = 0 & \text{lainnya} \end{cases}$$

Mean dan variansi dari distribusi seragam kontinu adalah:

$$\mu = \frac{A + B}{2} \quad \text{dan} \quad \sigma^2 = \frac{(B - A)^2}{12}$$

Contoh Distribusi Seragam Diskrit

Jumlah tabungan pegawai di koperasi pegawai ITB berdistribusi seragam antara Rp. 1 juta sampai dengan Rp. 10 juta.

Berapa probabilitas satu orang pegawai yang dipilih secara acak memiliki tabungan lebih dari 8 juta?

Berapa rata-rata dan simpangan baku dari tabungan pegawai ITB?

Distribusi Normal

- Distribusi normal merupakan salah satu distribusi yang paling penting dalam statistika. Disebut pula dengan distribusi Gauss (*Gaussian distribution*).
- Fungsi densitas dari variabel random X dengan mean μ dan variansi σ^2 adalah:

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2}, \quad -\infty < x < \infty$$



Kurva Normal

Kurva normal yang dibentuk oleh *pdf* normal di atas, memiliki bentuk lonceng simetris dan lebih lanjut memiliki properti sebagai berikut:

1. memiliki modus, median, dan mean pada satu titik
2. kurva berbentuk simetri terhadap sumbu vertikal yang melewati μ
3. kurva memiliki titik belok pada $x = \mu \pm \sigma$
4. kurva normal mencapai sumbu horizontal secara asimtot



Perhitungan Probabilitas pada Distribusi Normal

- $$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} n(x; \mu, \sigma) dx$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{x_1}^{x_2} e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2} dx$$

- Integral di atas tidak dapat diselesaikan secara analitis. Untuk memudahkan perhitungan tersedia tabel normal yang berisikan luas dibawah area kurva normal baku

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



Contoh Distribusi Normal

1. Tinggi badan mahasiswa ITB berdistribusi normal dengan $\mu = 165$ cm dan $\sigma = 10$ cm.
 - Berapa probabilitas seorang mahasiswa yang dipilih secara acak memiliki tinggi lebih dari 180 cm?
 - Tentukan ambang di mana persentase mahasiswa yang melewati ambang batas ini tidak lebih dari 5%!



Contoh Distribusi Normal

2. Sebuah pabrik lampu menghasilkan lampu dengan usia nyala yang berdistribusi normal dengan $\mu = 2500$ jam dan $\sigma = 100$ jam. Suatu batch dinyatakan sebagai baik kalau dari 5 lampu yang diuji, maksimum 1 lampu yang usianya kurang dari 2350 jam. Berapa probabilitas suatu batch dinyatakan baik? Kalau terjadi kerusakan pada proses produksi sehingga μ -nya menjadi 2400 jam, berapa probabilitas kerusakan ini terdeteksi?

Pendekatan Distribusi Normal Terhadap Distribusi Binomial

Pada saat n sangat besar dan p tidak bernilai ekstrim mendekati 0 atau 1, perhitungan terhadap distribusi binomial dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan perhitungan distribusi normal.

Teorema:

Jika X adalah sebuah variabel random binomial dengan mean $\mu = np$ dan variansi $\sigma^2 = npq$, maka bentuk limit pada saat $n \rightarrow \infty$ dari distribusi binomial tersebut adalah:

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$$

dengan z berdistribusi normal baku $n(z, 0,1)$

Pendekatan Dist. Normal atas Dist. Binomial (Contoh)

Probabilitas seorang pecandu narkoba terkena virus hepatitis B dari sebuah suntikan adalah 0,6. Jika di suatu kota terdapat 1000 orang pecandu, tentukan probabilitas bahwa tidak kurang dari 100 orang pecandu tersebut mengidap virus hepatitis B!